

タイムスケラブルな最適化手法 TAPE

A Time-Scalable Simulated Annealing based Solver: TAPE

楊 成²⁾ 豊永 昌彦²⁾ 松下 充¹⁾ 林 拓哉²⁾

Chang Yang¹⁾ Masahiko Toyonaga²⁾ Mitsuru Matsushita¹⁾ Takuya Hayashi²⁾

1)高知大学大学院理学専攻情報講座 2)高知大学理学部

Information Science Division, Faculty of Science, Kochi University

あらまし

情報社会では多くの組合せ問題の解法として、「グローバルな最適化」あるいは「リアルタイム最適化」法が必要である。そこで、本論文において、最適化手法シミュレーテッドアニーリング法(SA)をベースにグローバルからリアルタイムまで適用可能な時間拡張性をもつ(タイムスケラブル)な最適化手法 TAPE を提案する。TAPE は、低温 T_{sw} でペアワイズ交換法(PW)へ切り替える SA 法(APE[1])を急冷して短時間に初期解を得て、次により計算で求めた再 SA 温度 T_{cal} から再アニーリングを繰り返して時間経緯ごとに改善された解を出力する。

トラベリングセールスマン問題で TAPE を評価したところ、初期解は PW よりも良質で、さらに実行時間に応じて、SA と同程度以上(4.2%~29.8%改善)の良質な解が得られることがわかった。

Keyword: トラベリングセールスマン問題, シミュレーテッドアニーリング法, タイムスケラブル, 組み合わせ最適化問題

1. はじめに

様々な組み合わせ問題が今日の情報社会で解決を求められている。例えば、エネルギー配送問題、リサイクル環境問題、ハイブリッド車エンジン制御などで組み合わせ最適化問題の解法が研究されている。

組み合わせ最適化問題の解法は、図1に示すように解を出す時間に応じて2種類に大別される。すなわち実時間(リアルタイム)手法と大局的(グローバル)手法である[1]。リアルタイム手法は、問題に応じて個別に開発された経験的手法に基づく方法が用いられ、エンジン制御、医療機器制御など緊急を要する分野で利用される。またグローバル手法は、評価関数に基づいた汎用的なシミュレーション手法に基づく方法が用いられ、回路設計や、交通システムのタイミング設計など時間をかけても良質な解が求められる分野で利用される[1]。これら2種類の手法

は、要する時間が異なるため用途ごとに使い分けていた。

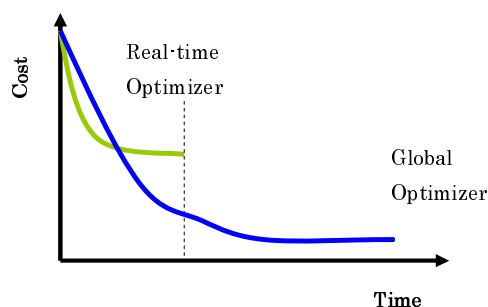


図1. 2つの最適化手法の改善過程

情報化社会にともなう問題複雑化に応じて従来のリアルタイム手法においても、評価関数に基づく汎用的な手法が望まれる。

本論文は、大域的なシミュレーテッドアニーリング(SA)法をリアルタイム手法へ応用する方法の提案であり、短時間では適当な解、長時間では良質な解を提供する「タイムスケラブル(時間に応じた)」な品質の解提供する新手法を提案するものである。

SA法は、S. Kirkpatrick[2]が提案した物理シミュレーション法の応用による最適化手法である。SA法では、N. Metropolis が提案した物理多体系の温度 T での熱平衡シミュレーション法[3]を高温から低温まで徐冷することで近似最適解を求める。これは組み合わせ最適化問題の評価関数を、仮想物質のエネルギーとみなし、高温から低温まで徐冷することでエネルギー最小の物質構造となることからの比喩により解を導く。

SA法は、シミュレーション手法として膨大な繰り返し処理を前提とするため、処理の中断は難しく、革新的な処理時間の改善が困難である。

我々が提案する TAPE 法は、SA法をリアルタイム手法からグローバル手法まで利用可能にするため、2つのアイデアを開発した。まず第1は、短時間に適当な解を導出するための冷却率と貪欲法の組合せ(APE)、次に第2

は、既存の解が改善可能な再冷却の開始温度の推定を繰り返して改善解を提供する方法である。

第1は、APE[4]が提案した切り替え温度 T_{sw} において SA 法からペアワイズ交換法(PW)に切り替えて安定した良質な解を得る方法において、極端に小さい冷却率で温度を下げて高速化を図っている。

第2は、解の質から開始温度、冷却率を計算して、同温度から再度APEを繰り返し適用し、一定時間Unitの経過ごとに改善された解を継続して出力する。図2にTAPEの改善過程を示す[5]。

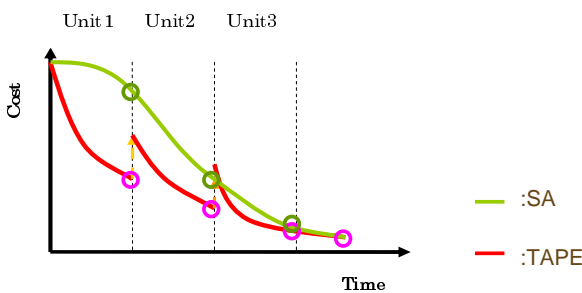


図2. 提案する TAPE 手法の改善過程

提案する TAPE 法を、トラベリングセールスマン問題[6]で評価したところ、TAPEの短時間の解は、PWよりも良質であり、また、処理時間に依存して解がSA法以上の品質となる(4.2%~29.8%改善)ことがわかった。

以下において、第2章では、TAPE手法の説明、第3章は計算機実験を説明する。第4章でまとめを述べる。

2. タイムスケラブルな最適化手法 TAPE

タイムスケラブルな最適化手法 TAPE は、2つのアイデアから構成しており、第1は、極端に小さい冷却率とAPEが提案する温度 T_{sw} で SA 法からペアワイズ交換法(PW)に切り替える方法、第2は、得られた解から開始温度、冷却率を計算し、再度 TAPE を適用することで時間毎に改善解を出す。アルゴリズムを図3に示す。

TAPEは、まずSTEP0初期パラメータを設定する。すなわち、SA法のための開始温度 T_s 、終了温度 T_e 、初期冷却率 $Cool-a$ 、および、再処理冷却率 $Cool-b$ 、繰り返し回数 $Iter$ 、切り替え温度 T_{sw} 、および、再 SA 温度計算関数を定義する処理である。

次にSTEP1では、温度 T を T_s に、冷却率 $Cool-r$ を初期冷却率 $Cool-a$ に、初期状態のコスト関数値 $cost1$ をコスト関数 $f()$ から計算する処理である。

```

Step0. Set initial parameters
Start temperature  $T_s$ , End temperature  $T_e$ ,
Initial cooling rate  $Cool-a$ , Re-annealing rate  $Cool-b$ ,
Iteration Number  $Iter$ , Switch temperature  $T_{sw}$ ,
Calculate temperature function  $Tcal$ .

Step1. Set  $T=T_s$ ,  $Cool-r=Cool-a$ ,  $cost1=f()$ 
Step2. While ( $T>T_e$ ) { /* simulate heat-equilibrium */
for  $i=1$  to  $Iter$  { /* simulate heat-equilibrium */
generate new configuration  $C_n$ 
calculate  $cost2=f(C_n)$ 
if ( $\exp[-(cost2-cost1)/T] < \text{rand}(1)$ ) then
set  $C_t=C_n$  and  $cost1=cost2$ 
endif
}
if  $T<T_{sw}$  then
for  $i=1$  to  $Iter$  { /* pair-wise exchange */
generate new configuration  $C_n$ 
calculate  $cost2=f(C_n)$ 
if  $cost1 \leq cost2$  then
set  $C_t=C_n$  and  $cost1=cost2$ 
endif
}
}
 $T=T \cdot Cool-r$ 
}
Output
Step3. Calculate  $Tcal$ , set  $T=Tcal \cdot \alpha$ ,  $Cool-r=Cool-b$ , goto Step2.

```

図3. TAPE アルゴリズム

次にSTEP2では、温度 T が終了温度 T_e 以下の範囲で SA 法を適用し、途中 T が切り替え温度 T_{sw} より小さくなった段階でペアワイズ交換法に切り替えて解を出力する処理である。

さらに、STEP3は、再 SA 温度 $Tcal$ [7]の計算と同研鑽から開始温度 $T=Tcal \cdot \alpha$ (α は実験から決める係数)、冷却率を $Cool-b$ に変更してSTEP2に戻り、繰り返す処理である。

なお、温度 $Tcal$ は、最終温度におけるコスト関数の標準偏差式(2)として計算する。

$$Tcal \approx \sigma = \sqrt{\frac{\sum (E - \langle E \rangle)^2}{N}}, \quad (2)$$

3. 実験結果

C言語(MinGW/Cygwin)でTAPEを実装し、TAPEの改善過程、SA法およびPW法との改善過程の比較、品質レベルの比較の実験を行った。 $T_s=$

評価データは、100, 200, 400都市のトラベリングセールスマン問題を用いた(表1)。 T_{sw} は、 $T_e \times 50(0.5)$ である。100都市についての実験結果を表2に示す。

表2によれば、都市数100(C100)では、ペアワイズ交換(PW)法での経路長が911.2に対して、シミュレーテドアニーリング(SA)法が528.4と圧倒的な良質な解が得られている一方、処理時間は、0.01秒に対して、0.26秒と26倍

となっており、この傾向は都市数が400 (C400) の場合では、34 倍にもなる。

TAPE の初期解 TAPE1 では、都市数 100(C100)では、経路長が 765.8、処理時間が 0.015 秒であり、品質では SA に劣るもの PW に比べて 1.5 倍程度の処理時間で経路長が PW より 2 割程度優れた解が得られている。都市数が 400 (C400) の場合では、処理時間が PW の 3 倍程度で、やはり経路長が PW より 2 割程度改善されている。

TAPE の次の解 TAPE2 では、都市数 100(C100)では、経路長が 629.4、処理時間が 0.034 秒であり、品質では SA に劣るもの PW に比べて 3 倍程度の処理時間で経路長が PW より 3 割程度優れた解が得られている。都市数が 400 (C400) の場合では、処理時間が PW の 5 倍程度で、やはり経路長が PW より 3 割程度改善されている。

TAPE の 3 番目の解 TAPE3 では、都市数 100(C100)では、経路長が 551.8、処理時間が 0.07 秒であり、品質は SA より 1 割程度悪い解を PW の 8 倍程度の処理時間で得られている。都市数が 400 (C400) の場合では、処理時間が PW の 9 倍程度で、やはり経路長が SA より 2 割程度劣る解を得ている。

TAPE の 4 番目の解 TAPE4 では、都市数 100(C100)では、経路長が 528.8、処理時間が 0.07 秒であり、品質は SA と同等の解を PW の 18 倍程度の処理時間で得られている。都市数が 400 (C400) の場合では、処理時間が PW の 21 倍程度で、やはり経路長が SA よりも優れた解を得ている。

参考として、都市数 100 の TAPE,SA の最適化過程を図 4、図 5 に示す。また、都市数 200 の初期解と、TAPE の最終解を図 6 に示す。

以上の実験から、TAPE は、時間に応じて逐次優良な解を出力し、SA と同程度の時間では、SA 以上の品質の解を出力することが確認できた。

表 1. PW, SA と TAPE の改善レベルの比較

data	size	#of city
C10-100	50x50	100
C10-200	50x50	200
C10-400	50x50	400

表 2. PW, SA と TAPE の改善レベルの比較

Method	Tour-Length			Execution Times(sec)			
	Cooling rate	C100	C200	C400	#city=100	#city=200	#city=400
PW		911.2	1740.6	3413.8	0.0101	0.063	0.1075
SA	0.95	528.4	742.4	1022.6	0.2652	0.8921	3.424
TAPE1	0.1	765.8	1455.2	2831.8	0.0153	0.077	0.2892
TAPE2	0.1/0.35	629.4	1021.8	1863.8	0.0343	0.1585	0.5437
TAPE3	0.1/0.35/0.7	551.8	805.0	1233.0	0.0772	0.343	0.926
TAPE4	0.1/0.35/0.7/0.95	528.8	742.8	1017.4	0.18	0.602	2.154

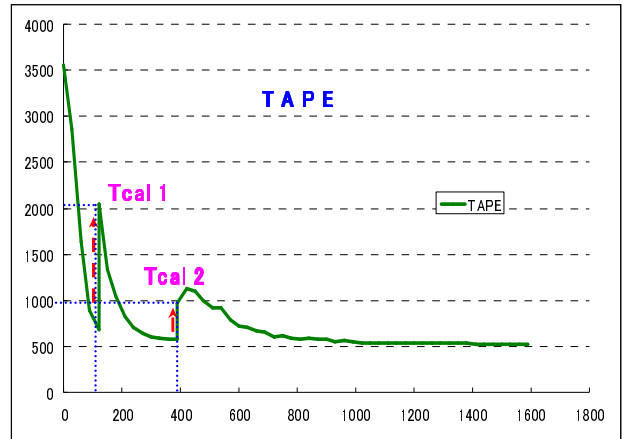


図 4. TAPE の改善過程

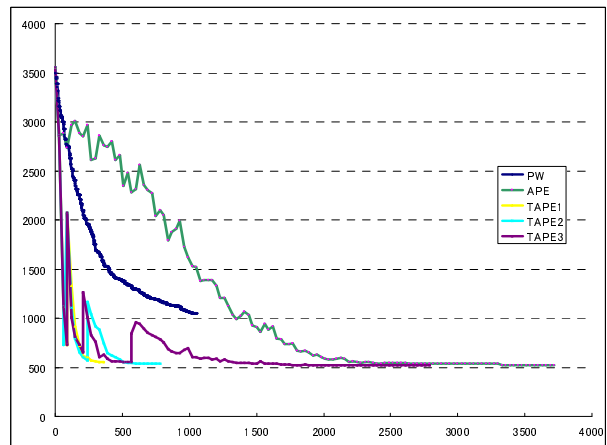


図 5. TAPE と PW と SA の比較

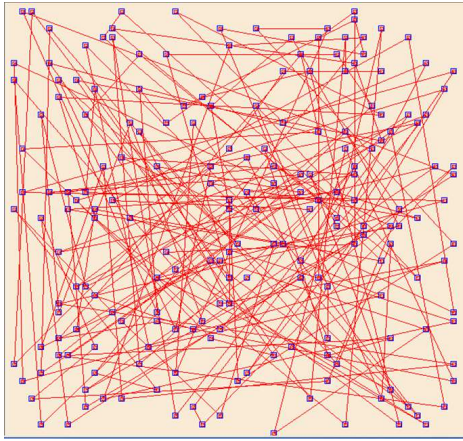
4. まとめ

情報社会で有用な組合せ問題を「リアルタイム」から「グローバル」まで適用できるタイムスケラブルな最適化手法 TAPE 手法を提案した。

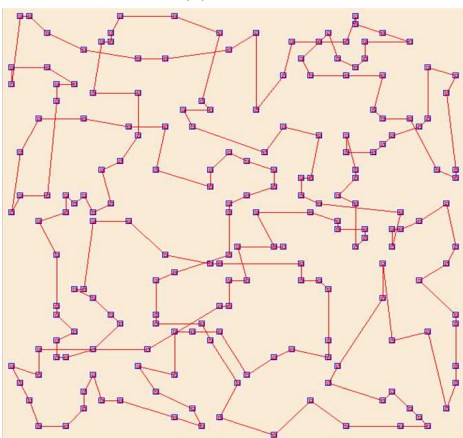
TAPE は、シミュレーテッドアニーリング法(SA)をベースとして低温 T_{sw} でペアワイズ交換法(PW)に切り替えることで通常の SA より安定した良解を得る APE を急冷で適用して短時間で初期解を得て、次に低温 T_{cal} からの再アニールを繰り返して時間経緯とともに SA 法以上の改善された解を継続的に出力する。

トラベリングセールスマン問題に TAPE を適用したところ、PW の数倍程度の短時間に良質な解を出力し、最終的には SA と同程度以上(4.2%~29.8%改善)の良質な解を得ることがわかった。

今後、 T_{cal} の係数、 T_{sw} の推定法による更なる改善手法の展開が期待される。



(a)初期解



(b)TAPE 最終解

図 6. C200 の初期解と TAPE 最終解

参考文献

- [1] A.C. Zanin, M.T. de Gouvêa, D. Odloak, “Integrating real-time optimization into the model predictive controller of the fcc system,” *Control Engineering Practice* 10 , 2002, 819–831.
- [2] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, Jr., M.P. Vecchi, “Optimization by simulated annealing,” *Science*, 220, pp.671-680 , 1983.
- [3] Metropolis, Nicholas, et al. "Equation of state calculations by fast computing machines." *The journal of chemical physics* 21.6 (1953): 1087-1092.
- [4] Cheng Yang, Masahiko Toyonaga, "Annealing and Pair-wise Exchange Optimization:APE ," 2014 Shikoku-section Joint Convention of the Institutes of Electrical and related Engineers (SJCIEE), 1-22 (2014, Sep.13)
- [5] Cheng Yang, Masahiko Toyonaga, "A Time-Scalable Optimization Method," 2014 Shikoku-section Joint Convention of the Institutes of Electrical and related Engineers(SJCIEE),1-36(2015,Sep.26)
- [6] P. Krolark, W. Felts, and G. Marble, “A Man-Machine Approach toward Solving the Traveling Salesman Problem,” *CACM* 14,327-334, 1971.
- [7] 林拓哉, 楊成, 豊永昌彦 SA 解の分散と冷却率依存性の考察 1-31 平成27年度電気関係学会 四国支部連合大会 1-36(2015年9月26日高知工科大)